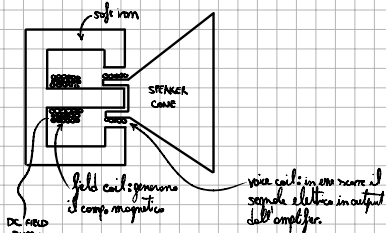


RIPASSO + CORREZIONI

Model of a Loudspeaker

Versione ad alta livello



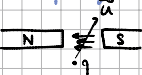
DC FIELD SUPPLY
 È la corrente che genera il campo magnetico che poi si propaga su tutto il soft iron.

making loudspeakers non necessitano più del field coil perché vengono usati materiali intrinsecamente magnetici al posto del "soft iron".

Versione più granulare

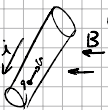


Principio di funzionamento del loudspeaker elettromeccanico



• Lorentz force: se si ha una carica q che si muove all'interno di un campo B , la carica q è soggetta ad una forza $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \rightarrow |\vec{F}_L| = q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin(\theta)$

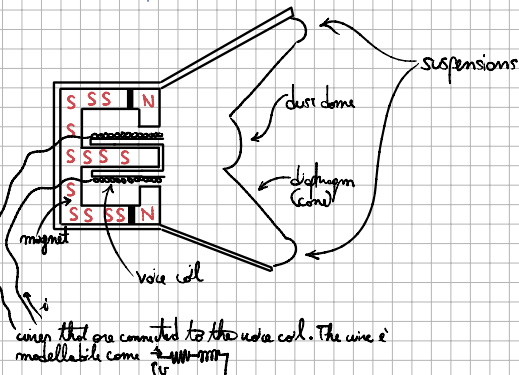
• Consideriamo ora un filo di carica che si muove su un filo immerso nel campo B e cerchiamo di calcolare la forza applicata all'interno delle q :
 (ipotesi $B \perp \vec{v} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$)



• Consideriamo prima un cilindro infinitesimo: $d\vec{F}_L = (q \cdot \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \eta \cdot \text{Surface}$

• Per calcolare la forza complessiva, integriamo sulla lunghezza complessiva del filo: $\vec{F}_L = \int q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos(\theta) \cdot \eta \cdot \text{Surface} \cdot dl$

Modello da usare per l'esame



$$\begin{aligned}
 \vec{F}_L &= \int q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos(\theta) \cdot \eta \cdot \text{Surface} \cdot dl \\
 &= q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \eta \cdot \text{Surface} \cdot L \\
 &= q \cdot \frac{dV}{dt} \cdot \mu \cdot S = q \cdot \mu \cdot S \cdot \frac{dV}{dt} \\
 &= \frac{dQ}{dt} = \text{current} \\
 &= I \cdot |\vec{B}| \cdot L
 \end{aligned}$$

Riprendi eq. fondamentali:

$$\begin{aligned}
 &v = R \cdot i \\
 &Q = C \cdot V \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = i = C \cdot \frac{dV}{dt} \\
 &V = L \cdot \frac{di}{dt}
 \end{aligned}$$

Analogie ELETTRO-MECCANICHE

- Economia per modellare il dominio meccanico

Mass

$M \xrightarrow{F}$ controllata da $F = m \cdot a \dots \rightarrow F = m \cdot \frac{dv}{dt}$

$V = m \cdot \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{M_H}{m} \xrightarrow{F}$

$i = m \cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{M_H}{m} \xrightarrow{v}$

Spring

$\text{Spring} \xrightarrow{F}$ controllata da $F = k \cdot x \rightarrow x = \frac{1}{k} \cdot F \dots \rightarrow \int dx = \frac{1}{k} \cdot F$

$i = \frac{1}{k} \cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{M_H}{k} \xrightarrow{v}$

$v = \frac{1}{k} \cdot \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{C_H}{k} \xrightarrow{i}$

Damper

$\text{Damper} \xrightarrow{F}$ controllata da $F = p \cdot v$

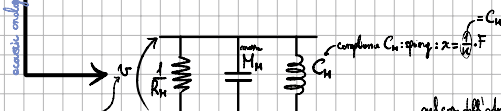
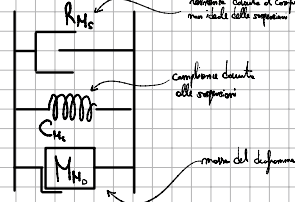
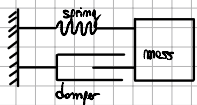
$V = p \cdot i \Rightarrow \frac{R_H}{p} \xrightarrow{v}$

$i = p \cdot v \Rightarrow \frac{1}{R_H} \xrightarrow{v}$

Definition of mechanical impedance

$Z_H = \frac{F}{v} \Rightarrow$ riflessione nel dom. elct. $\Rightarrow Z_H = \frac{F}{v} = \frac{B l \cdot i}{v} = \frac{B l^2}{v} \cdot \frac{i}{v} = B l^2 \cdot \frac{1}{Z_E}$

Lumped Model of the Loudspeaker

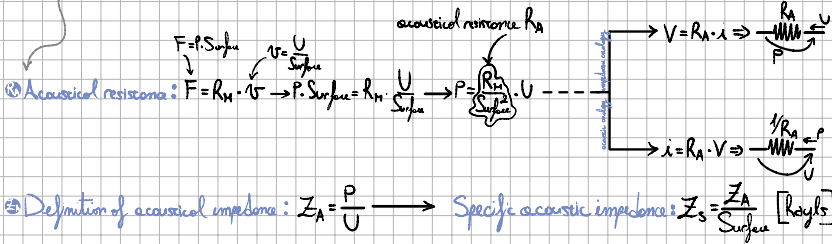
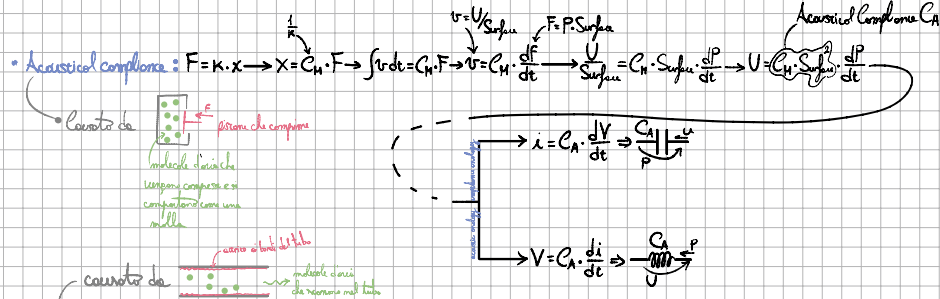
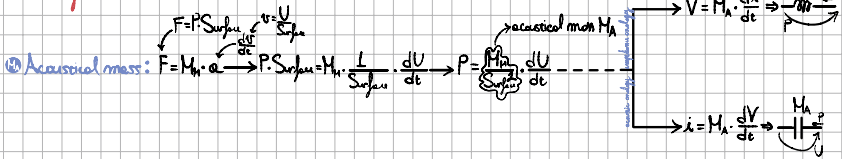


anche in questa cas. riv. tra elementi si applica la stessa velocità

nel caso dell'admittanza analogica i paralleli si sommano come se fossero in serie (a causa del fatto che la def. di $Z_H = \frac{F}{v}$)

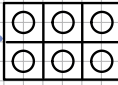
$Z_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_H} + \frac{1}{j\omega M_H} + \frac{1}{j\omega C_H}} = \frac{1}{\frac{1}{R_H} + \frac{1 + j\omega M_H C_H}{j\omega M_H C_H}} = \frac{1}{\frac{1}{R_H} + j\left(\frac{1}{\omega M_H} - \omega C_H\right)}$

● Analogie ELETTRO-MECCANICHE



● Esempi di impedenze complesse

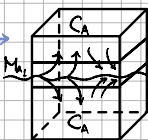
● Perforated Sheet = griglia del microfono



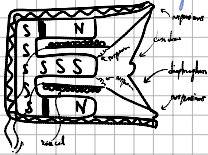
Ogni foro può essere modellato come $\left(\frac{U_1}{P_1} \right) \left(\frac{R_A}{P_1} \right) \left(\frac{M_A}{P_1} \right) \left(\frac{U_2}{P_2} \right)$ $Z_q = R_A + j\omega M_A$

● I fori sono in parallelo $\Rightarrow Z_{tot} = \frac{Z_q}{N \text{ fori}}$

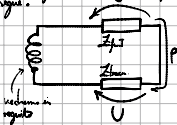
● Box with cavity = box del loudspeaker



Modellazione del baffle e front-part impedenza dell'acustica:



Il segnale si propaga sia frontalmente al diaframma (con P, U) che posteriormente (con $-P, U$). Si può modellare tale comportamento come segue:



Signal Transformer

Il signal transformer è un componente elettrico SIMMETRICO, PASSIVO e realistico, avente³ costruita da

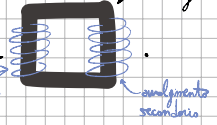
Il suo funzionamento si basa nel seguente principio: Δi_{pi} su S_{pi} crea un ΔB

Il B si propaga attraverso il core magnetico.

Il ΔB genera in S_{sc} una corrente Δi_{sc} .

Notare che è la Δi_{pi} che genera il campo magnetico B , quindi una corrente DC non si propagherebbe al secondo avvolgimento. Per tale motivo il signal transformer permette di effettuare AC-coupling.

Le equazioni caratteristiche del signal transformer sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_{pi}}{V_{sc}} = \frac{n_{pi}}{n_{sc}} = k \rightarrow V_{pi} = k \cdot V_{sc} \\ \frac{i_{pi}}{i_{sc}} = \frac{1}{k} \rightarrow i_{pi} = \frac{1}{k} \cdot i_{sc} \end{array} \right\} \rightarrow \text{impedance adapter: } Z_{pi} = \frac{V_{pi}}{i_{pi}} = \frac{k \cdot V_{sc}}{\frac{1}{k} \cdot i_{sc}} = k^2 \cdot Z_{sc}$$


Gyator

Il gyator è un dispositivo idealmente passivo, ma che nella realtà è emulato tramite componenti attivi. Il suo scopo è di emulare la funzione



Le equazioni caratteristiche del componente sono:

$$\begin{aligned} i_{sc} &= g \cdot V_{pi} \Rightarrow V_{pi} = \frac{i_{sc}}{g} \\ V_{pi} \cdot i_{pi} &= V_{sc} \cdot i_{sc} \Rightarrow i_{pi} = \frac{V_{sc} \cdot i_{sc}}{V_{pi}} = g \cdot i_{sc} \end{aligned}$$

creare modelli elettrici accurati, per esempio:

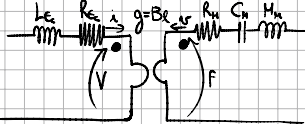
- emulare una induttanza elastica che controlla molto e occupa poco spazio, attraverso una capacità.

E' importante notare che:

- $Z_{pi} = \frac{V_{pi}}{i_{pi}} = \frac{i_{sc}}{V_{sc} \cdot g} = \frac{1}{g} \cdot \frac{1}{Z} \rightarrow$ diventa un'ommettenza.
- $C \rightarrow L$ e $L \rightarrow C$.

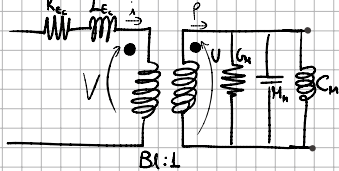
Modellazione "collegamento" tra dominio meccanico e dominio elettrico dell'electromechanical loudspeaker

• Caso di modellazione del dominio meccanico con analogia impedenza



$$\begin{aligned} F &= Bl \cdot i \rightarrow \text{nell'analogo dell'impedenza } F \Rightarrow V, \text{ quindi} \\ v &= V/Bl \\ \text{E' un gyator.} \end{aligned}$$

• Caso di modellazione del dominio meccanico con analogia ommettenza



$$\begin{aligned} F &= Bl \cdot i \rightarrow \text{nell'analogo dell'ommettenza} \\ v &= V/Bl \\ \text{Forse quindi non si possono ricordare} \\ &\text{due circuiti con tensioni.} \\ &\text{E' un semplice transformer.} \end{aligned}$$

• Riflessione delle componenti meccaniche nel dominio elettrico (admittance analogy)

$$\text{Mechanical mass: } \frac{1}{M_m} \rightarrow F = M_m \frac{dv}{dt} \rightarrow Bl \cdot i = M_m \frac{dv}{dt} \rightarrow i = \left(\frac{1}{Bl} \cdot \frac{1}{M_m} \right) \frac{dV}{dt} \rightarrow M_m \text{ si riflette nel dominio elettrico come una } C_m = \frac{M_m}{Bl^2}$$

$$\text{Mechanical compliance: } \frac{1}{C_m} \rightarrow v = C_m \frac{dF}{dt} \rightarrow \frac{V}{Bl} = C_m \frac{d(Bl \cdot i)}{dt} \rightarrow V = C_m \cdot Bl^2 \frac{di}{dt} \rightarrow C_m \text{ si riflette nel dominio elettrico come } L_e = C_m \cdot Bl^2$$

$$\text{Mechanical resonance: } \frac{1}{C_m} \rightarrow F = R_m \cdot v \rightarrow i \cdot Bl = R_m \cdot \frac{V}{Bl} \rightarrow i = \left(\frac{R_m}{Bl^2} \right) \cdot V \rightarrow R_m \text{ si riflette nel dominio elettrico come } R_e = \frac{Bl^2}{R_m} \rightarrow C_e = \frac{G_m}{Bl^2}$$

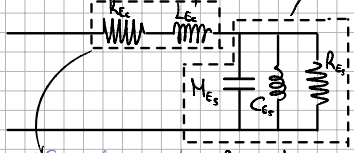
$\frac{1}{Z_e} = \frac{R_m}{Bl^2}$
 $\frac{1}{Z_e}$

Total electrical impedance

- Calcolo dell'impedenza → vogliamo calcolare l'impedenza complessiva:

modelliamo il mech domain con admettance analogo: $\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$
 semplifichiamo l'accettanza impedenza come una semplice molla. Modelliamo il dominio elettrico usando l'admettanza impedenza → i due domini sono correlati tramite un trasformatore perché $P = F \cdot \dot{S}$ e $U = V \cdot \dot{S}$, quindi non scambiamo tensioni e correnti. Questo vuol dire che M_{H_1} si riflette nel dominio meccanico come M_{H_2} . Possiamo quindi considerare il complesso delle molla di diaframma e quella dell'aria come $M_{H_1} + M_{H_2} + M_{H_3}$.

Nel dominio elettrico si avrà quindi:



→ Total electrical impedance →

$$Z_{Et} = \left(j\omega M_E + \frac{1}{j\omega C_E + \frac{1}{R_H}} \right)$$

$$= \left(\frac{-j\omega^2 M_E R_H C_E + R_H + j\omega C_E}{j\omega C_E R_H} \right)^{-1}$$

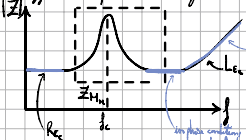
$$= \frac{(B_1)^2}{R_{H_1}} \cdot \left[\frac{j\omega_{H_1} \left(\frac{1}{j\omega_{H_1}} \right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{H_1}} \right)^2 + j \frac{1}{Q_{H_1}} \left(\frac{\omega}{\omega_{H_1}} \right)} \right]$$

Static electrical impedance = $R_E + j\omega L_E$

- L'impedenza elettrica totale è quindi:

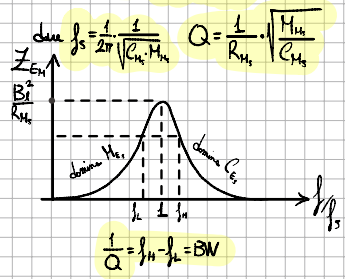
$$Z_E = Z_{E_s} + Z_{E_0} = R_E + j\omega L_E + \frac{B_1^2}{R_{H_1}} \left[\frac{j\omega_{H_1} \left(\frac{1}{j\omega_{H_1}} \right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{H_1}} \right)^2 + j \frac{1}{Q_{H_1}} \left(\frac{\omega}{\omega_{H_1}} \right)} \right]$$

L'effetto complessivo è il seguente:



in quadrature condition: min phase = 0

in phase condition: maximum transfer power = useful operating range



- Spiegazione del perché quando siamo in-phase il power-transfer è max mentre quando siamo in quadrature il transfer-power è min → consideriamo di essere nel dominio elettrico (questo ragionamento vale per tutti i domini).

Consideriamo:

$$V(t) = V_p \cdot \sin(\omega t)$$

$$i(t) = i_p \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

$$W(t) = V(t) \cdot i(t) = V_p i_p \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \phi) = \frac{V_p i_p}{2} (\cos(\phi) - \cos(2\omega t + \phi))$$

una possibile differenza di fase tra i e V

$$\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2} (\cos(a-b) - \cos(a+b))$$

$$= \frac{V_{rms} i_{rms}}{2} \cos(\phi) - \frac{V_{rms} i_{rms}}{2} \cos(2\omega t + \phi)$$

componente DC. Si ha che:

- in-phase $\rightarrow \phi = 0 \rightarrow \cos(\phi) = 1 \Rightarrow W = \text{max.}$
- in-quadrature $\rightarrow \phi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos(\phi) = 0 \Rightarrow W = 0$

Ricavare equazione potenza media

- Calcolo impedenza:

Usando la corrente → $W = \lambda^2 \cdot \bar{z} = \lambda^2 \cdot (\text{Re}(z) + j\text{Im}(z)) = \lambda^2 \cdot \text{Re}(z) \Rightarrow \bar{W} = \bar{\lambda}^2 \cdot \text{Re}(z) = \text{Re}(z) \cdot \lambda_{rms}^2$

Usando la tensione → $W = \frac{V^2}{z} = \frac{V^2}{\text{Re}(z) + j\text{Im}(z)} = \frac{\text{Re}(z) - j\text{Im}(z)}{|\text{Re}(z) + j\text{Im}(z)|^2} \cdot V^2 \Rightarrow \bar{W} = \frac{\text{Re}(z)}{|\text{Re}(z) + j\text{Im}(z)|^2} \cdot \bar{V}^2 = \frac{\text{Re}(z)}{|\text{Re}(z) + j\text{Im}(z)|^2} \cdot V_{rms}^2$

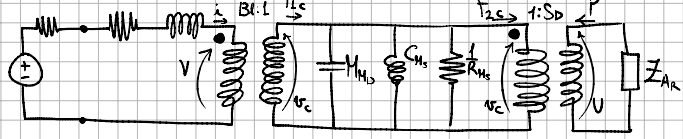
Calcolo ammettenza:

Usando la corrente: $W = \lambda^2 \cdot \frac{1}{Y} = \frac{\lambda^2}{\text{Re}(Y) + j\text{Im}(Y)} = \frac{\text{Re}(Y) - j\text{Im}(Y)}{|\text{Re}(Y) + j\text{Im}(Y)|^2} \cdot \lambda^2 \Rightarrow \bar{W} = \frac{\text{Re}(Y)}{|\text{Re}(Y) + j\text{Im}(Y)|^2} \cdot \bar{\lambda}^2 = \frac{\text{Re}(Y)}{|\text{Re}(Y) + j\text{Im}(Y)|^2} \cdot \lambda_{rms}^2$

Usando la tensione: $W = V^2 \cdot Y = V^2 \cdot (\text{Re}(Y) + j\text{Im}(Y)) = V^2 \cdot \text{Re}(Y) + jV^2 \cdot \text{Im}(Y) \Rightarrow \bar{W} = V_{rms}^2 \cdot \text{Re}(Y) = \text{Re}(Y) \cdot V_{rms}^2$

Calcolo identico per gli altri domini (meccanica, acustica).

● **Ricavare la prima acustica soggetta:** consideriamo il modello elettromeccanico del loudspeaker:



● Partiamo dalla formulazione della $\bar{W}_A$ calcolata precedentemente:

$$\bar{W}_A = \text{Re}(Z_{Ar}) \cdot V_{rms}^2 = \text{Re}(Z_{Ar}) \cdot \frac{V_{rms}^2}{S^2} = \text{Re}(Z_{Ar}) \cdot \frac{1}{S^2} \cdot \frac{F_{2S}^2}{|Z_{in}|^2} = \text{Re}(Z_{Ar}) \cdot \frac{B^2 \cdot l^2}{|Z_{in}|^2} = \text{Re}(Z_{Ar}) \cdot \frac{B^2 \cdot l^2}{|Z_{in}|^2} \cdot \frac{V_g^2}{R_g^2 + R_e^2}$$

$$Z_A = \frac{P}{V} = \frac{F/S}{V \cdot S} = Z_{in}/S^2 \quad \quad \quad V = \frac{F}{Z_{in}} \quad \quad \quad F_{rms} = B \cdot l \cdot i_c \quad \quad \quad i_{rms} = \frac{V_g}{R_g + R_e}$$

Per completare il calcolo ci mancano $\text{Re}(Z_{Ar})$ e Z_{in} . Li calcoleremo di seguito.

● **Acoustical Radiation Impedance**

① **Legge di Eulero**

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}$$

$$\vec{F}_r = P(x) \cdot dS \quad \quad \quad \vec{F}_2 = P(x + dx) \cdot dS = [P(x) + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx] \cdot dS$$

$$F = F_1 - F_2 = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dV = m \cdot \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{m}{dV} \cdot \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \rho \cdot \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}$$

La legge di Eulero lega P e $\vec{x}$, e quindi ci aiuterà a trovare $Z_{Ar} = \frac{P}{\vec{v}}$. Dobbiamo quindi calcolare $\vec{v}$ e $\vec{P}$ per trovare Z_{Ar} . Tuttavia, l'impedenza nel dominio acustico è un po' strana: il modo in cui le onde P si propagano varia a seconda del tipo di onda che stiamo considerando per cui usiamo quindi diverse Z . Calcoliamo quindi diverse Z .

① **Equazione della velocità** → se diciamo in posto alla legge di Eulero una velocità sinusoidale, quella che accade è che:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \rho \cdot \frac{\partial^2 \vec{x}}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot j\omega \vec{x} \Rightarrow \vec{x} = \frac{-1}{j\omega \rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \Rightarrow \vec{x} = \frac{1}{j\omega \rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x}$$

② **Equazioni della pressione**

Planar waves in free field →

$$\vec{P}(x) = P_0 \cdot e^{j\omega x} \quad \quad \quad \vec{v} = \frac{-1}{j\omega \rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{-1}{j\omega \rho} \cdot j\omega P_0 \cdot e^{j\omega x} = \frac{P_0}{\rho} \cdot e^{j\omega x} = \frac{\vec{P}}{\rho} = C \cdot P$$

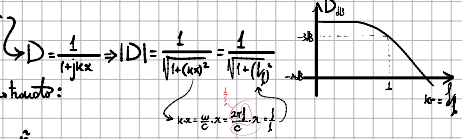
in questa caso l'impedenza è totalmente reale e si trova in phase.

Spherical waves in free field →

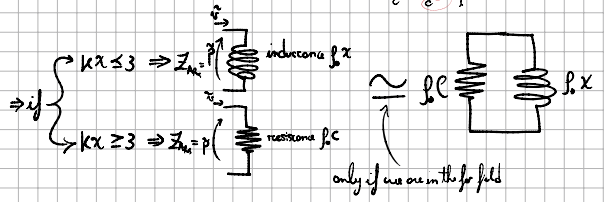
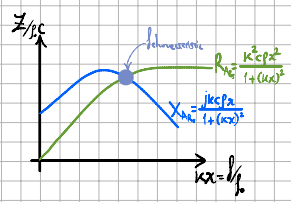
$$\vec{P}(x) = P_0 \cdot \frac{e^{j\omega x}}{x} \quad \quad \quad \vec{v} = \frac{-1}{j\omega \rho} \cdot P_0 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{e^{j\omega x}}{x} \right] = \frac{-1}{j\omega \rho} \cdot P_0 \cdot \frac{j\omega e^{j\omega x} - e^{j\omega x}}{x^2} = \frac{-1}{j\omega \rho} \cdot P_0 \cdot \left(\frac{1 - j\omega x}{x} \right)$$

$$Z_{Ar} = \frac{\vec{P}}{\vec{v}} = \frac{j\omega \rho x}{1 + j\omega x} = \frac{j\omega \rho x + j\omega \rho x^2}{1 + j\omega x} = \frac{k^2 c^2 x^2 + j\omega \rho x}{1 + j\omega x}$$

Abbiamo trovato che $Z_{Ar} = \frac{j\omega \rho x}{1 + j\omega x}$, dove $\frac{1}{1 + j\omega x}$ è direttamente facente



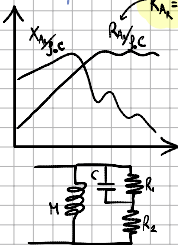
● Disegniamo le componenti reale ed immaginaria dell'impedenza che abbiamo trovato:



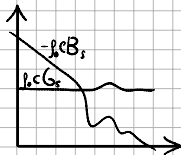
Circular rigid piston: questo è il caso più simile alla realtà. Il prof non richiede di impostare i calcoli, ma è necessario comprendere il comportamento dell'impedenza di radiazione acustica:

• Radiation impedance

$$R_A = \left(\frac{\rho_0}{2\pi c}\right) \cdot \omega^2$$



• Radiation admittance



Total Mechanical Impedance: per ricavarla, rifacciamo come il modello del loudspeaker con tutti gli elementi trasferiti nel dominio meccanico e rappresentati con l'analogia dell'impedenza (così che dell'ammittanza come precedentemente fatto):

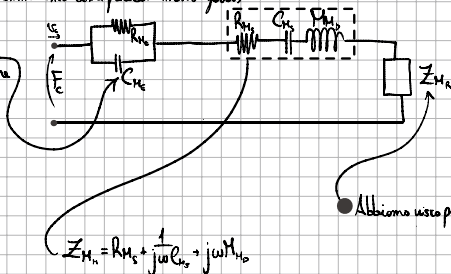
• non confondersi: questo componente è solo la riflessione dell'induttanza elettrica nel dominio meccanico. Infatti:

$$V = L \frac{dI}{dt}$$

$I = \frac{B_L}{\mu_0}$
or $\frac{V}{B_L}$

$$V B_L = L \frac{1}{B_L^2} \frac{dB_L}{dt} \rightarrow V = L \frac{1}{B_L^2} \frac{dB_L}{dt} = C_M \frac{dB_L}{dt}$$

$$C_M = \frac{L}{B_L^2}$$



$$Z_M = R_M + \frac{1}{j\omega C_M} + j\omega L_M$$

• **Prossimo e termino il calcolo cominciato e inizio "capitolo":** abbiamo adesso tutti gli ingredienti per completare la nostra equazione della potenza acustica:

$$W_A = \frac{\text{Re}(Z_M)}{|Z_M|^2} \cdot B_L^2 \cdot \frac{V_g^2}{\underbrace{(R_g + R_M)^2}_{\substack{\text{in serie} \\ \text{in } \rho_m c^2}}} \rightarrow \text{consideriamo di essere nell'operative range, e quindi } f > f_g \rightarrow \left\{ Z_M \approx j\omega L_M \right\} \rightarrow W_A = \left(\frac{\rho_0}{2\pi c}\right) \cdot \omega^2 \cdot \frac{1}{-\omega^2 L_M^2} \cdot B_L^2 \cdot \frac{V_g^2}{\underbrace{(R_g + R_M)^2}_{\substack{\text{in serie} \\ \text{in } \rho_m c^2}}}$$

• questa correlazione è molto importante!

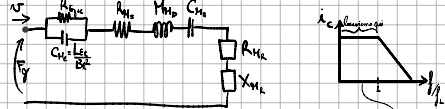
Se non siamo nell'operative range, la formula della potenza ha un termine ω^2 al denominatore che praticamente taglia tutto le alte frequenze. Tuttavia, se siamo nell'operative range, entra in gioco l'acustica impetiva: grazie al suo ω^2 compensa la dipendenza dalla frequenza, rendendo la risposta dell'altoparlante indipendente dalla frequenza.

• **Efficienza dell'altoparlante:** $M = \frac{\text{radiated acoustic power}}{\text{absorbed electric power}} = \frac{W_A}{W_E} = \frac{(B_L)^2}{R_E} \cdot \left(\frac{l}{\pi c}\right) \cdot \left(\frac{S_D}{M_{H_c}}\right)^2$

Dynamic analysis of the loudspeaker: vogliamo studiare le proprietà dinamiche del loudspeaker, ovvero DISPLACEMENT, VELOCITY, ACCELERATION.

Le condizioni in cui ci poniamo sono le seguenti:

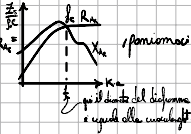
1. Consideriamo il modello internamente tralato nel dominio meccanico:



Sappiamo che l'antidistorsione del woofer con un filtro sulle alte. Vogliamo porci in condizione di poter ignorare L_c : $j\omega L_c \ll R_{Hk} \Rightarrow j\omega L_c \gg \frac{R_{Hk}}{j\omega C_{Hk}}$

2. Sappiamo che l'impedenza complessiva è data da $Z_{Hk} = Z_{Hk} \cdot Z_{Hk} = R_{Hk} + j\omega L_{Hk} + \frac{1}{j\omega C_{Hk}} + R_{Hk} + j\omega X_{Hk}$, quindi $\text{Re}(Z_{Hk}) = R_{Hk} + R_{Hk} = 2R_{Hk}$
 $\text{Im}(Z_{Hk}) = j\omega L_{Hk} - \frac{1}{\omega C_{Hk}} + X_{Hk}$
ignoring distortion

3. Visto che siamo lavorando a $f < f_c$, sapendo che $Z_{Hk} \approx \text{Mass}$, poniamoci nel caso di $f < f_c$, considerando quindi $Z_{Hk} \approx \text{Mass}$.



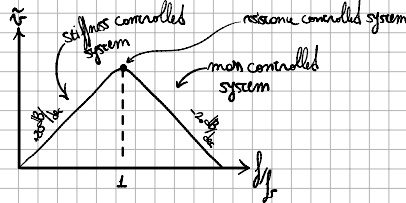
Possiamo tali condizioni, ricacciamoci le grandezze desiderate.

Velocità:

$$W_{Hk} = \frac{V_g^2}{(R_c + R_g)} \cdot B_c^2 \cdot \frac{Z_{Hk}}{Z_{Hk}} = P \cdot U = F_c \cdot v_c = v_c^2 \cdot Z_{Hk} \rightarrow v_c = \sqrt{\frac{W_{Hk}}{Z_{Hk}}} = \sqrt{\frac{V_g^2}{R_g + R_c} \cdot B_c^2 \cdot \frac{Z_{Hk}}{Z_{Hk}} \cdot \frac{1}{Z_{Hk}}} = \frac{V_g}{R_c + R_g} \cdot B_c \cdot \frac{1}{Z_{Hk}}$$

$$\text{Visto che } Z_{Hk} \approx M_{Hk}, \text{ l'impedenza diventa } Z_{Hk} = R_{c_g} + R_{Hk} + j\omega(L_{Hk} + L_{Hk}) + \frac{1}{j\omega C_{Hk}}$$

La dipendenza dalla frequenza è descritta da $B_c(f)$:



$$v_c = \frac{V_g}{B_c \cdot Q_{es}} \cdot B_c(f)$$

$$B_c(f) = \frac{j(\frac{f}{f_s})}{1 - (\frac{f}{f_s})^2 + jQ_{es}(\frac{f}{f_s})}$$

con:

THREE-SPEAKER PT. 1

$$f_s = \frac{1}{2\pi \sqrt{M_{Hk} C_{Hk}}}$$

$$Q_{TS} = Q_{THk} \parallel Q_{ES}$$

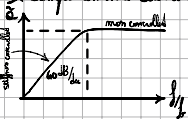
$$Q_{HS} = \frac{1}{R_{Hk}} \cdot \sqrt{\frac{M_{Hk}}{C_{Hk}}}$$

$$Q_{es} = \left(\frac{R_c + R_g}{B_c} \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{Hk}}{C_{Hk}}}$$

Accelerazione:

1. Considerando una velocità sinusoidale $\tilde{v} = v_p \cdot e^{j\omega t}$, l'accelerazione sarà rappresentata $\tilde{a} = \frac{d\tilde{v}}{dt} = j\omega \tilde{v} = j\omega \frac{V_g}{B_c \cdot Q_{es}} \cdot B_c(f)$

Il comportamento dovuto a $\omega(f)$ è:



$$\tilde{a} = \frac{V_g}{B_c \cdot Q_{es}} \cdot (2\pi f_s) \cdot \omega_c(f)$$

$$\omega_c(f) = j(\frac{f}{f_s}) \cdot B_c(f)$$

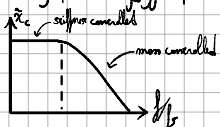
Displacement:

1. Considerando una velocità sinusoidale $\tilde{v} = v_p \cdot e^{j\omega t}$, il displacement sarà rappresentato $\tilde{x} = \int \tilde{v} dt = \int v_p \cdot e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} \int v_p \cdot e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} v_p \cdot e^{j\omega t}$
quindi otteniamo:

$$\tilde{x} = \frac{V_g}{B_c \cdot Q_{es}} \cdot \frac{1}{2\pi f_s} \cdot \omega_c(f)$$

con $\omega_c(f)$ che determina il seguente comportamento:

$$\omega_c(f) = \left[j(\frac{f}{f_s}) \right] \cdot B_c(f)$$



THREE SMALL (SIX) PARAMETERS:

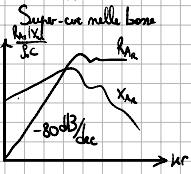
- R_E = resistenza elettrica = $\frac{V_{R_E}}{I_{R_E}}$
- $Q_{ES} = \left(\frac{R_E \cdot R_{MS}}{B^2} \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{MS}}{C_{MS}}} = Q_{MS} \cdot \frac{V_{max}}{V_{max} - V_{min}}$
- $Q_{MS} = \left(\frac{1}{R_{MS}} \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{MS}}{C_{MS}}} = \frac{f_s}{f_H - f_L} \cdot \sqrt{\frac{V_{max}}{V_{min}}}$
- $f_s = \frac{1}{2\pi \sqrt{M_{MS} C_{MS}}}$
- S_D = superficie del diaframma
- $V_{MS} = C_{MS} \cdot S_D^2 \cdot f_s \cdot c^2$ = volume d'aria che riempie una camera equivalente a quella della sospensione

Definizione sensitivity del loudspeaker $\rightarrow S[dBSa] = \frac{P(\text{potenza data in input al loudspeaker } 1W \text{ e minimizzata a } 1m \text{ di distanza dal diaframma})}{P_{ref} = 20\mu Pa}$

• $M = 100 \frac{8\pi \cdot V_{MS} \cdot f_s}{Q_{ES} \cdot c^3}$

Acoustic configuration of loudspeakers:

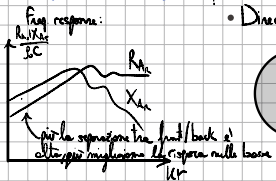
Unbuffered config



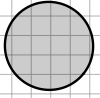
• Directional response:



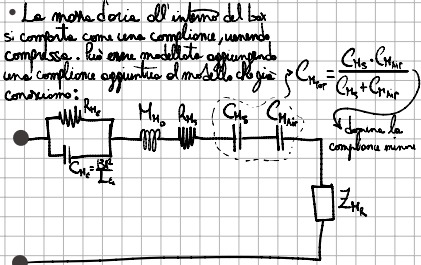
Infinite baffle config



• Directional response:



Class-box config



Box-reflex enclosure

• Nel box e' prevista un'apertura che permette la fuoriuscita delle basse frequenze, in fase col movimento principale.

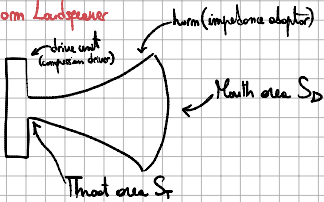
La massa d'aria di fronte alla bass-reflex si comporta come una M_{MR} , ondeandosi ed 'aggiungendo' alla compliance della massa d'aria interna al box. Questo crea un sistema risonante (helmholtz resonator) avente $f_s = \frac{1}{2\pi \sqrt{(M_{MS} + M_{MR}) C_{MS}}}$, ondeando a compensare parzialmente la perdita nella banda frequenze.

Questo permette di spostare la $f_s = \frac{1}{2\pi \sqrt{(M_{MS} + M_{MR}) C_{MS}}}$ del sistema meccanico.

Numeri utili:

$f_0 =$
 $c = 345 \text{ m/s}$

Horn Loudspeaker



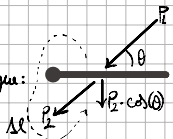
Tipi di direzionalità dei microfoni

Omnidirezionale (pressure microphone)

- Immaginiamo un microfono costituito come segue: . In questo caso il meccanismo di trasduzione si basa solamente sul trasferimento la pressione nella parte frontale del diaframma in risposta elettrica.

Per tale motivo se $r \ll \lambda$, il microfono può essere considerato come un punto, e la pressione ottenuta ed essa cambia uniformemente indipendentemente dalla direzione di provenienza del suono. Per tale motivo il microfono è detto omnidirezionale.

Bidirezionale (Pressure Gradient Microphone)

- Immaginiamo un microfono costituito come segue: . In tale microfono non c'è un'enclosure: le onde sonore colpiscono

entrambe le facce della superficie e la trasduzione convertita la differenza di pressione tra le due facce in segnale in output. L'unica componente della forza che agisce sul diaframma è quella $\perp$ per cui si ha che:

$$\tilde{F}_D = \tilde{F}_D \cdot \cos(\theta) = S_D \cdot \left(-\frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \cdot \Delta l \right) \cdot \cos(\theta) =$$

possiamo effettuare 3 tipi di analisi diversi

→ risposta in termini di variazioni della velocità: $\frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} = \int_0^{\omega} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} dt = S_D \cdot \tilde{P}_0 \cdot \Delta l \cdot \frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} \cdot \cos(\theta) = S_D \cdot \tilde{P}_0 \cdot \Delta l \cdot j\omega \tilde{U} e^{j\omega t} \cdot \cos(\theta) = S_D \cdot \tilde{P}_0 \cdot \Delta l \cdot j \cdot \omega \cdot \tilde{U} \cdot \cos(\theta)$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 2\pi f$

$\kappa = \frac{\omega}{c} \Rightarrow \omega = \kappa c$

→ risposta nel caso delle piane waves: $\tilde{P} = \tilde{P}_0 \cdot e^{-j\kappa x} \Rightarrow \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} = -j\kappa \tilde{P}_0 \cdot e^{-j\kappa x} = -j\kappa \tilde{P} \Rightarrow S_D \cdot (j\kappa \tilde{P} \cdot \Delta l) \cdot \cos(\theta)$

→ risposta nel caso delle sferical waves: $\tilde{P} = \tilde{P}_0 \cdot \frac{e^{-j\kappa r}}{r} \Rightarrow \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} = \tilde{P}_0 \cdot \frac{-j\kappa e^{-j\kappa r}}{r^2} \cdot x = \tilde{P}_0 \cdot \frac{(1-j\kappa r)}{r^2} \Rightarrow S_D \cdot \left(\tilde{P}_0 \cdot \frac{(1-j\kappa r)}{r^2} \right) \cdot \Delta l \cdot \cos(\theta)$

proximity factor: visto che $\frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} = \tilde{P} \cdot \left(\frac{-1-j\kappa r}{r} \right)$ e quindi $\left| \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \right| = \tilde{P} \cdot \left(\frac{\sqrt{1+(\kappa r)^2}}{r} \right) = \tilde{P} \cdot \gamma$, dove $\gamma = \frac{\sqrt{1+(\kappa r)^2}}{r} =$ proximity factor. Studiamo meglio l'effetto di tale fattore:

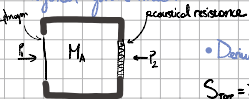
$$\gamma = \frac{\sqrt{1+(\kappa r)^2}}{r} = \frac{\sqrt{1+(f/f_0)^2}}{r}$$

$f \gg f_0 \Rightarrow \gamma \approx \frac{f}{f_0 \cdot r} = \frac{2\pi f}{\omega_0 \cdot r} = \frac{2\pi}{c} \cdot f \rightarrow$ non varia con la distanza.

$f \ll f_0 \Rightarrow \gamma \approx \frac{1}{r} \Rightarrow$ per r molto piccolo, si ha un boost delle basse frequenze

Pressure = Pressure Gradient Mic: è generato dalla combinazione dei precedenti due tipi.

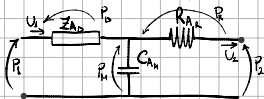
Physicol "generic" model:



Derivazione della D(f) a partire dalla costitutiva e dal concetto generale di funzionamento del mic: pressure + grad pressure:

$$S_{out} \Rightarrow S_{out} = \tilde{P}_1 \cdot S_D \cdot \cos(\theta) \Rightarrow \frac{S_{out}}{\tilde{P}_1} = 1 + \frac{\tilde{P}_2}{\tilde{P}_1} \cdot \cos(\theta) \xrightarrow[\text{per } \theta=0]{\text{normalizzazione}} D(f) = \frac{1+B \cos(\theta)}{1+B}$$

Electro-mechanical model:



Derivazione della D(f) a partire dal modello elettromeccanico:

$$P_1 = P_{in} + P_0 = \frac{1}{j\omega C_h} \cdot (U_1 - U_2) + Z_{in} \cdot U_1$$

$$P_2 = P_{in} - P_0 = \frac{1}{j\omega C_h} \cdot (U_1 - U_2) - R_h \cdot U_2$$

un trucco di calcolo che non ha fatto vedere ma $D(f) = \frac{1+B \cos(\theta)}{1+B}$

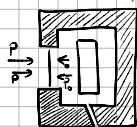
• Indici di direzionalità:

Directionality factor: $Q = \frac{\overline{W_A}_{(correct)}}{\overline{W_A}_{(unr)}}$ no. under test $= \frac{\int_0^\pi D^2(\theta)_{correct} \cdot \sin\theta d\theta}{\int_0^\pi D^2(\theta)_{unr} \cdot \sin\theta d\theta} = \frac{2}{\int_0^\pi D^2(\theta)_{unr} \cdot \sin\theta d\theta} = \frac{3(1+B)^2}{3+B^2}$

• Frame-base ratio: $FR = \frac{\overline{W_A}_{(frame)}}{\overline{W_A}_{(unr)}}$ $= \frac{2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} D^2(\theta) \cdot \sin\theta d\theta}{2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} D^2(\theta) \sin\theta d\theta} = \frac{3+3B+B^2}{3+3B+B^2}$

Microphones

Condenser microphone



Omnidirectional condenser mic.

serve solo a stabilire la pressione interna a $P = 2 \text{ gPa}$

Some values

$$20 \text{ gPa} = 0 \text{ dB}$$

$$1 \text{ Pa} = 94 \text{ dB}$$

$200 \text{ Pa} = 140 \text{ dB}$ = upper limit of hearing (dangerous).

Principio di funzionamento: vogliamo ottenere la relazione tra P in input e V in output del mic.

• Rapporto $V_s \leftrightarrow \Delta L$: $Q = C \cdot V \rightarrow V = \frac{Q}{C} \rightarrow V_s = \frac{Q_s}{C_s + \Delta C} \cdot \frac{Q_s}{C_s} = \frac{Q_s}{C_s} \cdot \frac{C_s - C_s \Delta L}{C_s + \Delta C} = \frac{Q_s}{C_s} \cdot \frac{-\Delta L}{C_s + \Delta C} \approx -\frac{Q_s}{C_s} \cdot \frac{\Delta L}{C_s} = -V_s \cdot \frac{\Delta L}{C_s}$

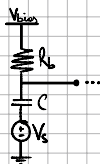
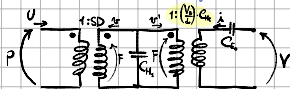
$\Delta L = \Delta d$ in la direzione di movimento
nel caso $C_s \gg \Delta C$ la capacità costante

Rapporto $V_s \leftrightarrow \Delta d$: $C = \frac{\epsilon \cdot r}{d} \rightarrow \Delta C = C - C_s = \frac{\epsilon \cdot r}{d} - \frac{\epsilon \cdot r}{d_s} = \epsilon \cdot r \cdot \frac{d - d_s}{d \cdot d_s} = \frac{\epsilon \cdot r}{d_s} \cdot \frac{d - d_s}{d} \approx C_s \cdot \frac{\Delta d}{d_s} \rightarrow V_s = -V_s \cdot \frac{\Delta L}{C_s} = V_s \cdot \frac{\Delta d}{d_s}$

Rapporto $V_s \leftrightarrow P$: $F_{static} = K \cdot \Delta d \rightarrow \Delta d = \frac{F}{K} \rightarrow F = C_H \cdot V_s \rightarrow V_s = \frac{\Delta d}{d_s} \cdot V_s = \frac{V_s}{d_s} \cdot C_H \cdot F = \frac{V_s}{d_s} \cdot C_H \cdot P \cdot S_D = \frac{V_s}{d_s} \cdot C_H \cdot P \cdot S_D = \frac{Q_s}{\epsilon} \cdot C_H \cdot \pi \cdot r \cdot P$

$C_s = \frac{\epsilon \cdot r}{d_s} \rightarrow d_s = \frac{\epsilon \cdot r}{C_s}$
 $S_D = \pi \cdot r^2$

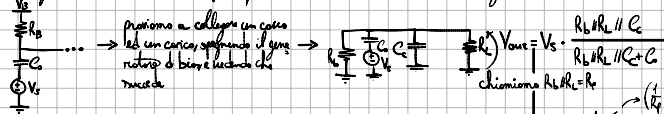
Electromechanical model of the condenser microphone



Electrical scheme of a condenser mic

• Motivazione della configurazione che verrà spogliata in seguito:

• Il diagramma d'un condenser microphone può essere modellato elettronicamente come segue:



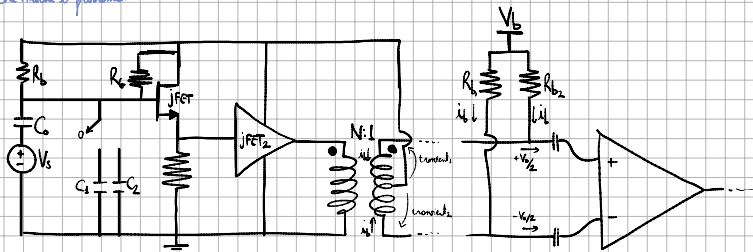
$$V_{out} = V_s \cdot \frac{R_e \parallel \frac{1}{j\omega C}}{R_e \parallel \frac{1}{j\omega C} + C} = \frac{R_e \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_e \parallel \frac{1}{j\omega C} + C} = \frac{\frac{R_e}{j\omega C}}{\frac{R_e}{1 + j\omega R_e C} + C} = \frac{R_e}{1 + j\omega R_e C} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_e C} = \frac{R_e}{1 + j\omega R_e C}$$

$p_0 = \frac{1}{2\pi R_e C}$

• Dati questi risultati, si riconosce che f_{cut} è offuscato $f_{cut} \ll 20 \text{ kHz}$ e si riconosce che $R_p = R_b \parallel R_e$ è grande grande.

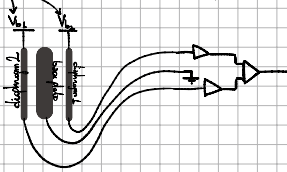
• audio attenuation: $TF(f \rightarrow \infty) = \frac{C}{C_s} \Rightarrow$ offuscato l'11-Bond gain sia ≈ 1 , e si riconosce che $C_s \ll C$.

• Configurazioni che risolvono il problema

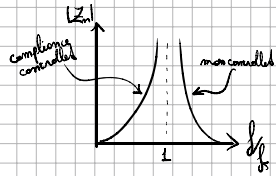
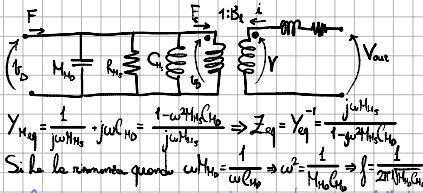


● Costruire un mic. pressione-gradient usando un mic. a condensatore

Applicando bias differenti otteniamo diverse risposte e direzionali.



● Electromagnetic (moving-coil / dynamic) mic



● Costruire un mic. pressione-gradient usando un mic. elettrodinamico: Precedentemente abbiamo calcolato che in un mic. press.-gradient:

$$F_L = F \cos(\theta) = S_D \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \cos(\theta) = \dots = S_D \int_0^\infty \Delta \rho \cdot j \cdot \kappa \cdot \tilde{U} \cdot \cos(\theta) d\theta, \text{ dove } \kappa = \frac{\omega}{c}$$

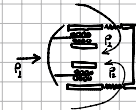
Questo renderebbe la risposta del mic. dipendente dalla frequenza del segnale, mentre noi vogliamo una risposta piatta. Vediamo che invece se più costruiamo un press. grad. mic. usiamo l'approccio moving coil:

$$F_L = F \cos(\theta) = S_D \int_0^\infty \Delta \rho \cdot j \cdot \kappa \cdot \tilde{U} \cdot \cos(\theta) d\theta \xrightarrow{\text{consideriamo sistema mass-controlled } (Z_{eq} = \frac{1}{j\omega M_0})} F_{D1} = S_D \int_0^\infty \Delta \rho \cdot j \cdot \kappa \cdot \tilde{U} \cdot \frac{1}{j\omega M_0} \cdot \cos(\theta) d\theta$$

$\tilde{U} = F \cdot Z_{eq}$

In pratica, nell'approccio pressione-gradient, il mic. elettrodinamico è intrinsecamente piatto in freq.

● Costruire un mic. pressione+pressione gradient usando un mic. elettrodinamico:



● **MEMS: Micro Electronics Mechanical Systems:** è una categoria di devices microscopici, nati per essere usati in dispositivi elettronici. I microfoni impiantati nei nostri device elettronici sono MEMS microphones, ovvero microfoni a tecnologia costruita con tale tecnologia. Il processo di costruzione è il seguente:

① Crystal growth: si ricava un cubo di silicio pirogenico

Wafer cutting: dal cubo si ricava un wafer di silicio sottilissimo

② Wafer oxidation: si crea uno strato di ossido di silicio, che funge da isolante.

Photo-lithography: della luce si fa una maschera per disegnare nel wafer di silicio, disegnando una "maschera di componenti". La parte di ossido di silicio colpita dalla luce diventa vulnerabile all'etching.

③ **Etch & strip:** in questo processo vengono rimosse le sezioni di ossido di silicio precedentemente colpite dalla luce, cosicché si renda accessibile lo strato di silicio sottostante.

Nel chip integrato è spesso incluso anche il pre-amp e a, per i cosiddetti "digital microphones", anche l'ADC.